

# 复旦人民币汇率指数的分形分析与市场风险测度

康风华,王宏勇

(南京财经大学 应用数学学院, 江苏 南京 210023)

摘要: 长期以来,与人民币汇率相关的问题一直是经济金融领域讨论的热点。近几年发布的复旦人民币汇率指数综合反映了人民币汇率对中国对外贸易竞争力的影响,已受到经济学界的广泛关注。本文首次运用 MF-DFA 方法,研究复旦人民币汇率指数收益率序列的波动特征,同时应用 VaR 模型测度其风险大小。结果表明,复旦人民币汇率指数收益率序列具有多重分形特征,且实际有效汇率的多重分形强度略高于名义有效汇率的多重分形强度。VaR 模型适用于对其风险进行度量,且发现,在不同的置信水平下,所得的 VaR 值不同,置信水平越高,所测的市场风险值越大。

关键词: 复旦人民币汇率指数; 分形分析; VaR 模型; 风险测度

中图分类号: F224.9; F830.9 文献标识码: A 文章编号: 1672-6049(2016)01-0057-07

## 一、引言

复旦人民币汇率指数由复旦大学金融研究院主持研发,于 2010 年 10 月 22 日正式对外发布。该指数为贸易加权综合汇率指数,反映了人民币汇率对中国对外贸易竞争力的综合影响。复旦人民币汇率指数是按日编制并发布,不同于国际清算银行编制的人民币有效汇率指数按月编制滞后 1 月发布,因而提高了人民币汇率指数的及时性和动态性。目前人们对人民币汇率问题的关注主要地聚焦于人民币对美元的双边汇率,谈到人民币升值或贬值只看人民币对美元的汇率,而实际上对国际贸易影响较大的是以贸易加权的实际有效汇率,所以从宏观经济效应来看,对汇率关注的焦点应该从人民币对美元的双边汇率转移到人民币实际有效汇率上来。<sup>[1]</sup>

自 2005 年人民币汇率形成机制改革以来,人民币兑美元的汇率与汇改前的升值幅度相比

大幅提高,人民币汇率指数也随之发生变化。现有研究已表明,人民币汇率市场是一个具有分形和混沌结构的非线性动态复杂系统。<sup>[2][3]</sup> Wang 等人<sup>[4]</sup>运用 DMA 和 MF-DMA 来分析汇改后人民币有效汇率指数的波动特征,指出人民币汇率指数呈现长记忆性和胖尾分布特征,具有多重分形性。Zhao<sup>[5]</sup>研究了人民币汇率与股票价格和其它金融衍生品之间的动力学关系。由于人民币汇率波动日趋市场化,其风险管理也成为经济学领域的关注热点,首先需要研究的是如何对人民币汇率的风险进行有效度量。VaR 模型是被金融监管机构及风险管理人员用来检测金融市场风险的一种有效工具。Dennis 和 Mike 等人<sup>[6][7]</sup>都曾运用多种 VaR 方法对股票或外汇市场进行风险度量。国内一些学者也运用 VaR 方法对人民币汇率风险进行了测度。<sup>[8][9][10]</sup>

目前在我国,基于分形分析的金融市场复杂

收稿日期: 2015-04-02

基金项目: 教育部人文社科规划基金: 金融系统复杂性的表征、成因及演化研究(12YJAZH020); 南京财经大学现代服务业协同创新中心资助项目(ZWFXT14001); 南京财经大学研究生创新课题。

作者简介: 康风华(1989—),女,河南驻马店人,南京财经大学应用数学学院硕士研究生,研究方向为分形理论与金融应用; 王宏勇(通讯作者)(1963—),男,江苏扬州人,南京财经大学应用数学学院教授,博士,研究方向为分形理论与金融应用。

性研究主要集中在股票市场,对汇率市场的研究相对较少,而对人民币汇率指数的研究则少之更少。本文首次尝试运用 MF-DFA 方法,对复旦人民币汇率指数的收益率序列的波动特征进行研究,并应用 VaR 模型对其风险进行度量和分析。结果发现,复旦人民币汇率指数的收益率序列具有多重分形性,且实际有效汇率的多重分形强度略高于名义有效汇率的多重分形强度;VaR 模型适用于对其风险进行测度,且风险值的大小与置信水平的高低相关。

## 二、方法与模型描述

(一) MF-DFA (Multifractal detrended fluctuation analysis) 方法

MF-DFA 方法是由 Kantelhardt 等人<sup>[11]</sup>在 DFA 方法的基础上推广而来,主要用来研究非平稳时间序列的标度特征和长程相关性,已被广泛应用于金融时间序列的多重分形特征分析。其具体的算法步骤如下:

(1) 对于一个给定的时间序列  $x(t)$   $t = 1, 2, \dots, N$  构造侧面

$$y(i) = \sum_{t=1}^i (x(t) - \bar{x}) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{其中 } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t)。$$

(2) 把序列  $y(i)$   $i = 1, 2, \dots, N$  分割成长度为  $s$  的  $N_s = \text{int}(N/s)$  个互不相交的等长子序列。由于长度  $N$  常常不是  $s$  的整数倍,为了不丢弃序列尾部的部分,则需要从序列尾部重复这一分割过程,因此得到  $2N_s$  个子序列。

(3) 使用最小二乘法来拟合每一个子序列  $v$  ( $v = 1, 2, \dots, 2N_s$ ) 上的局部趋势,得到  $k$  阶拟合多项式  $p_v$ ,然后用每个子序列上对应的值  $y_v(j)$  与拟合后对应的趋势值  $p_v(j)$  作差,得到拟合的残差为

$$Z_v(j) = y_v(j) - p_v(j) \quad j = 1, 2, \dots, s。$$

(4) 分别计算  $2N_s$  个消除趋势后的子序列的平方均值

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s Z_v^2(j) \quad v = 1, 2, \dots, 2N_s。$$

进而求出该序列的  $q$  阶波动函数

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad q \neq 0,$$

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(s, v)] \right\} \quad q = 0。$$

(5) 固定  $q$  的值,在  $\log - \log$  图中分析  $F_q(s)$  与  $s$  的幂律关系  $F_q(s) \propto s^{h(q)}$ ,通过取对数可得:  $\log F_q(s) = \log C + h(q) \log s$ 。

当序列是单分形时  $h(q)$  是独立于  $q$  的;当序列是多重分形时  $h(q)$  将随着  $q$  的变化而变化。当  $q > 0$  时  $h(q)$  描述的是大波动的标度行为;当  $q < 0$  时  $h(q)$  描述的是小波动的标度行为。

另一种确认时间序列存在多重分形性的方法是多重分形谱分析法,它是基于广义 Hurst 指数  $h(q)$  和质量指数  $\tau(q)$  之间的关系:

$$\tau(q) = qh(q) - 1。 \quad (1.1)$$

如果  $\tau(q)$  对  $q$  是线性的,则序列是单分形的,反之,则为多重分形序列。通过 Legendre 变换,得到

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1, \quad (1.2)$$

其中指数  $\alpha$  描述序列的奇异性,多重分形谱  $f(\alpha)$  刻画序列的奇异性程度。

(二) VaR (Value at Risk) 模型

VaR 是指在某一确定的置信水平下,某一项资产或资产组合的价值在未来特定期限内的最大可能损失。假设  $W_0$  为某一项资产(或资产组合)的初始价值,  $r$  为该项资产在一定时间期限内投资的期望收益率,且  $r$  在持有期内的期望值和波动率分别为  $\mu$  和  $\sigma$ ,  $r^*$  为  $r$  在给定的置信水平  $1 - \alpha$  下的最低收益率,则该项资产或资产组合的相对 VaR 值可以定义为

$$\text{VaR} = E(W) - W^* = E[W_0(1+r)] - W_0(1+r^*) = W_0(\mu - r^*)。$$

三、实证分析

(一) 数据描述

本文选取复旦人民币汇率指数从初始 2000 年 1 月 3 日到 2015 年 3 月 6 日的实际有效汇率和名义有效汇率的每日指数作为研究对象,数据个数均为 3918(数据来源于复旦大学金融研究院)。图 1 展示了这段时间内复旦人民币汇率的实际和名义有效汇率指数的波动形态。从图 1 看出,从 2005 年以后复旦人民币汇率指数大幅度上升,这与 2005 年我国人民币汇率市场机制改革有关。

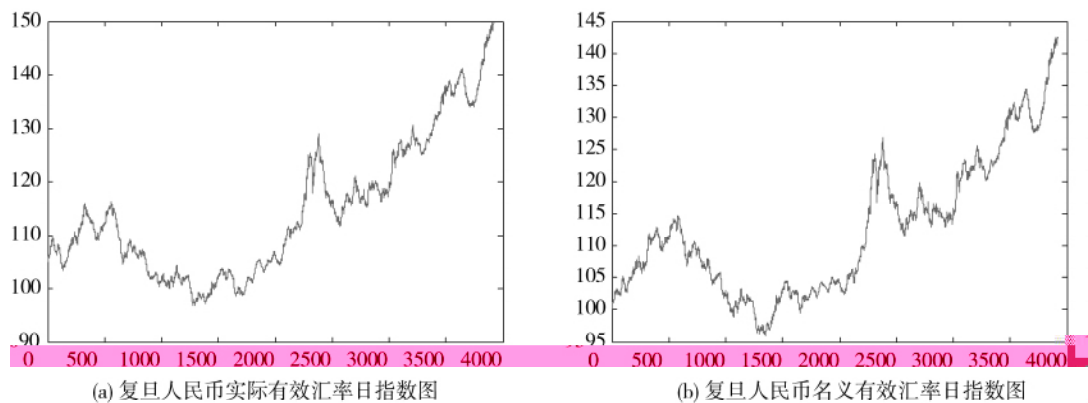


图1 复旦人民币有效汇率指数序列的波动图

为了消除时间序列可能存在的异方差,需要对数据进行必要的处理。利用公式  $R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ , 其中  $P_t$  为第  $t$  日人民币汇率指数,  $R_t$  为第  $t$  日对数收益率, 可将两个时间序列分别转化为

日对数收益率序列。图2给出了这两个对数收益率序列关于  $t$  的变化图。从图2看出, 两收益率序列均呈现出剧烈波动和波动聚集效应等特征, 且两者的波动幅度几乎相等。

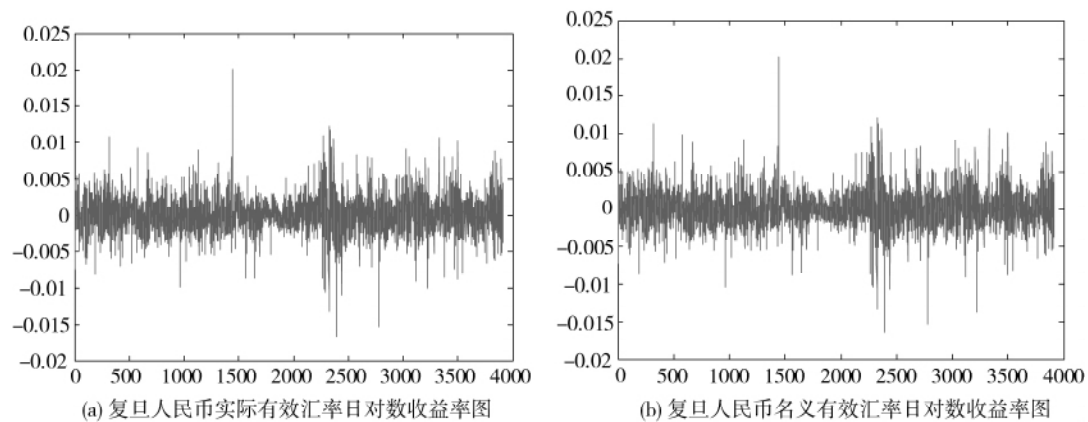


图2 复旦人民币有效汇率指数的日对数收益率图

## (二) 多重分形特征分析

为了对复旦人民币实际有效汇率和名义有效汇率的收益率序列进行多重分形分析, 我们先

运用传统的统计分析方法对其进行特征检验, 相关的特征统计量由表1给出。

表1 复旦人民币实际和名义有效汇率的收益率序列的特征统计量

	均值	极大值	极小值	标准差	偏度	峰度	J-B 统计量
实际	0.000089	0.02012	-0.01666	0.002412	0.0773	7.1812	2857.23
名义	0.000088	0.02022	-0.01641	0.002387	0.0811	7.4869	3290.02

从表1可看出, 两收益率序列的均值分别为0.000089和0.000088, 接近于0, 意味着两序列有自我回归平衡的功能。两序列的偏度均不为0, 且峰值都大于3, 说明两者具有非对称性和尖峰特性, 不服从正态分布。名义有效汇率的偏度0.0811大于实际有效汇率的偏度0.0773, 说明名义有效汇率具有更大的非对称性。从J-B检

验来看, 两序列均在1%的显著水平下拒绝正态性假设, 呈现“尖峰厚尾”的特征。

下面运用MF-DFA方法, 首先绘制出复旦人民币实际和名义有效汇率收益率序列的  $q$  阶波动函数的双对数图(图3), 其中取分割区间的长度为11到500, 选用2阶拟合多项式来消除收益率序列的波动趋势, 波动阶数  $q$  取为-10, -9,

... 9, 10. 图3 显示, 对于不同的  $q$  值, 双对数图总体呈线性趋势, 表明两收益率序列确实存在幂率

关系, 同时也发现当  $s$  较大时, 波动函数变得不太稳定。

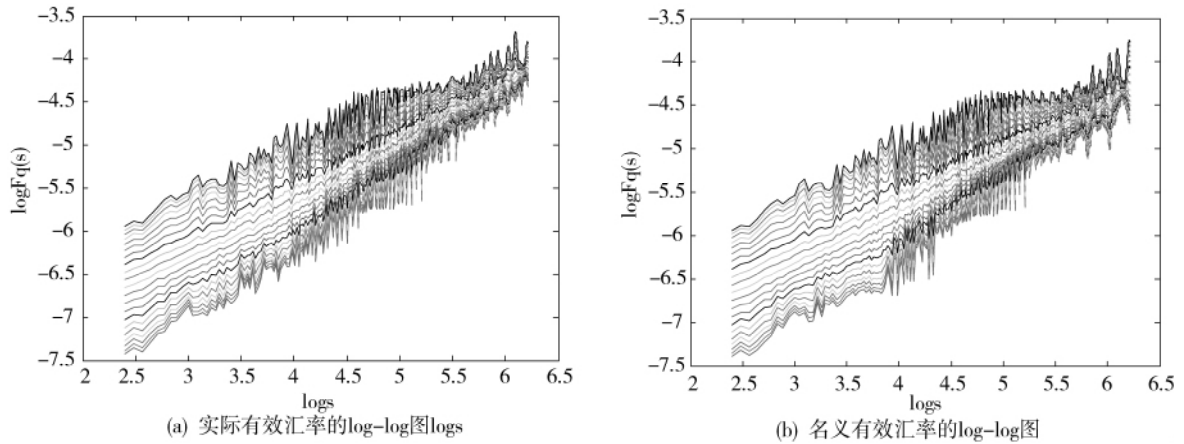


图3 复旦人民币汇率收益率序列波动函数的 log-log 图

图4 给出了两个收益率序列的广义 Hurst 指数  $h(q)$  对  $q$  的变化图。从图4 可见, 随着标度  $q$  的增加,  $h(q)$  随之非线性减少。在图4(a) 中, 当  $q < 9$  时,  $h(q)$  均大于 0.5, 实际有效收益序列呈

现出状态持续性的一面; 在图4(b) 中, 当  $q > 5$  时,  $h(q)$  均小于 0.5, 此时收益的大幅波动起主要作用, 名义有效收益序列呈现出状态反持续性的一面。

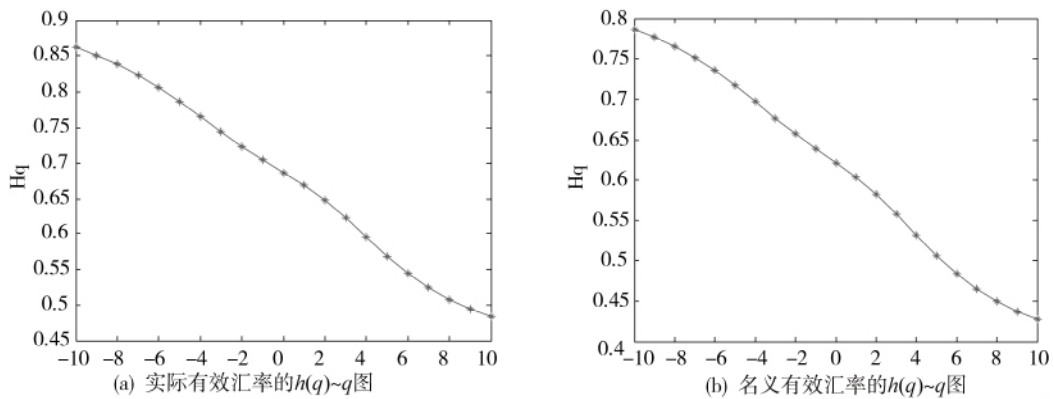


图4 复旦人民币汇率收益率序列的广义 Hurst 指数图

图5 绘制了两个收益率序列的质量指数  $\tau(q)$  对  $q$  的关系图, 质量指数  $\tau(q)$  关于  $q$  呈非线性

性变化, 这从另一方面证实了复旦人民币有效汇率的收益率序列具有多重分形特征。

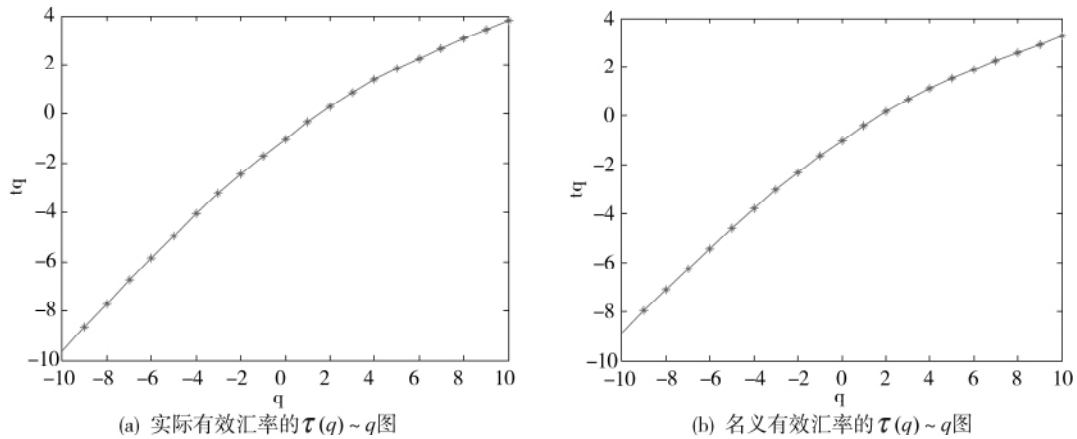


图5 复旦人民币汇率收益率序列的质量指数图

利用公式(1.1)和(1.2),可得复旦人民币汇率指数的对数收益率序列的多重分形谱  $f(\alpha) \sim \alpha$  图(图6)表2则给出了两收益率序列的多重分形谱的相关参数。在多重分形谱分析中  $\Delta f = f(\alpha_{\min}) - f(\alpha_{\max})$  表示时间序列处于波峰、波谷的位置的数目之比。若  $\Delta f > (<) 0$ , 则多重分形谱呈左(右)钩形状,即指数处于波峰的机会比处于波谷的机会大(小),指数有下跌(上涨)的趋势。从图6和表2看出,复旦人民币实际

有效汇率序列和名义有效汇率序列的  $\Delta f$  分别为  $-0.0126$  和  $-0.0285$ , 均小于0,多重分形谱呈右钩状,两收益率序列都有上涨的趋势。此外,复旦人民币实际和名义有效汇率收益率序列的多重分形维数均大于0,谱宽  $\Delta\alpha$  分别为  $0.5771$  和  $0.5389$ , 这说明复旦人民币实际有效汇率的对数收益率序列的多重分形强度比名义有效汇率的多重分形强度要高一些,意味着实际有效汇率的易变性与复杂性比名义有效汇率的要高。

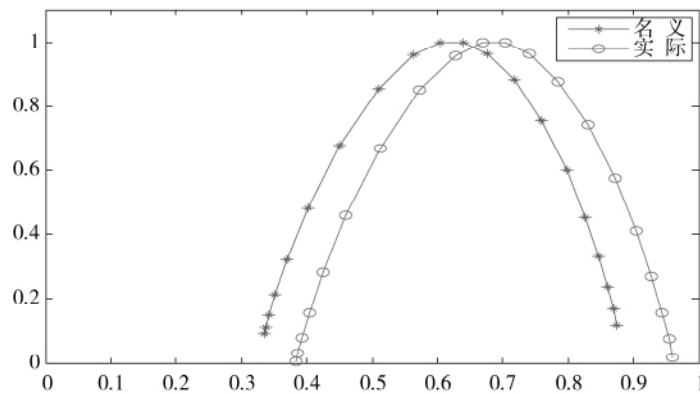


图6 复旦人民币汇率指数收益率序列的多重分形谱图

表2 复旦人民币汇率指数收益率序列的多重分形谱的相关参数

相关参数	$\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$	$\Delta\alpha$	$f(\alpha_{\min})$	$f(\alpha_{\max})$	$\Delta f$
实际	0.3834	0.9605	0.5771	0.0040	0.0176	-0.0126
名义	0.3360	0.8749	0.5389	0.0905	0.1190	-0.0285

至此,我们已经分析了复旦人民币实际和名义有效汇率指数的对数收益率序列的多重分形性,证实了两收益序列均具有多重分形特征,且复旦人民币实际有效汇率指数的多重分形强度要略高于名义有效汇率指数的多重分形强度。下面针对复旦人民币实际有效汇率的对数收益率序列,采用 VaR 模型对其进行风险度量。

### (三) VaR 风险测度

VaR 模型要求对数收益率序列满足随机游走并拒绝正态性检验。图7给出了复旦人民币实际有效汇率收益率序列的 Q-Q 分位图。从表1和图7可知复旦人民币实际有效汇率的对数收益率序列是非平稳的并拒绝正态性检验,这说明 VaR 模型可应用于复旦人民币汇率收益率序列的风险度量。目前, VaR 模型计算方法主要

有三种,分别是历史模拟法、方差-协方差法和蒙特卡罗模拟法。其中,历史模拟法弥补了方差-协方差法的一些不足,如考虑了厚尾的现象,蒙特卡罗模拟法则是一种全值的估计算法,可用来处理非线性、大幅波动及厚尾问题。由于复旦人民币汇率收益率序列的尖峰厚尾特性,我们采用历史模拟法来计算 VaR 值,其实证度量的步骤如下:

- (1) 将对数收益率序列按升序排列;
- (2) 用样本容量乘以相应的显著性水平  $\alpha$ , 得到分位数位置  $d$ ;
- (3) 采用内插法求出  $d$  所对应的分位数  $r_{\alpha}^*$ , 即显著性水平  $\alpha$  下的最低收益率;
- (4) 利用公式  $VaR_{\alpha} = E(r) - r_{\alpha}^*$ , 得到相应的 VaR 值。

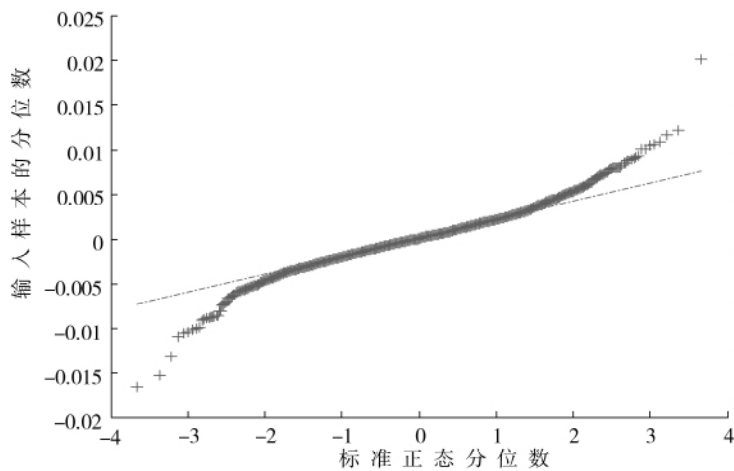


图7 复旦人民币实际有效汇率收益率序列的Q-Q分位图

选取时间跨度从2013年1月1日到2015年3月6日的复旦人民币实际有效汇率指数作为实证数据,共559个,于是得到558个相应的对数收益率序列数据。选用持有期为1日,置信水平分别为90%、95%和99%,将不同置信水平下所得的VaR值进行比较,结果见表3。

表3 不同置信水平下的VaR值

$\alpha$	0.10	0.05	0.01
$1 - \alpha$	90%	95%	99%
$VaR_{\alpha}$	0.00017	0.00037	0.000695

从表3可见,置信水平越高(显著性水平越低)相应的风险值越大。这是由于显著性水平 $\alpha$ 是一个极端情形( $\alpha$ 越小,说明在持有期内超过对应的VaR值的次数越少)因此 $\alpha$ 越小,即置信水平 $1 - \alpha$ 越高时,相应的 $VaR_{\alpha}$ 值就越大,于是潜在的最大损失也随之增加。这也要求投资机构要选取适当的置信度,来测量市场的在险水平。

#### 四、结束语

本文选择人民币汇率市场中复旦人民币汇率指数作为实证研究对象,揭示复旦人民币汇率指数的波动复杂性,并测度其风险大小。在研究方法上,首先运用MF-DFA方法对复旦人民币名义和实际有效汇率指数收益率序列的波动特征进行分析;然后运用多重分形谱分析法,对两个收益率序列作进一步的多重分形特征分析;最后采用VaR模型对在一定的持有期和给定的置信水平下的复旦人民币实际有效汇率指数收益率序列的风险进行测度。研究结果表明:复旦人民币指数收益率序列具有多重分形特征,且实际有

效汇率的多重分形强度比名义有效汇率的稍大,意味着实际有效汇率比名义有效汇率具有较大的波动复杂性。实际有效汇率序列和名义有效汇率序列的多重分形谱均呈右钩状,表明两序列均有上涨趋势。通过比较复旦人民币实际有效汇率与名义有效汇率指数序列的波幅可见,两者差距并不大,进而可以求出近十多年来中国相对价格指数RPI<sup>[1]</sup>,其涨幅并不高。使用VaR模型估算复旦人民币汇率市场风险,得到不同置信水平下的风险大小,并发现置信水平越高,所测市场风险就越大,即潜在的最大损失就越大。

汇率市场是一个高风险的投资市场,对复旦人民币汇率指数序列的波动复杂性进行分析并对其风险进行评估,将有助于市场的投资者和监管者对市场的本质特征产生更加明确的认识,同时也能为人民币汇率市场的健康平稳发展提供一定的决策依据。

#### 参考文献:

- [1]陈学彬,王培康,庞燕敏. 复旦人民币汇率指数的开发和应用研究[J]. 复旦学报(社会科学版), 2011(2): 1-15.
- [2]黄飞雪,赵岩. 基于R/S分析的人民币外汇市场分形特征实证研究[J]. 哈尔滨工业大学学报(社会科学版), 2008(6): 66-71.
- [3]Tang Xiaolei, Zhou Jizhong. Nonlinear Relationship between the Real Exchange and Economic Fundamentals: Evidence from China and Korea[J]. Journal of International Money and Finance, 2013(32): 304-323.

- [4] Wang Dong-Hua , Yu Xiao-Wen , Suo Yuan-Yuan. Statistical Properties of the Yuan Exchange Rate Index [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 2012( 391 ) : 3503-3512.
- [5] Zhao Hua. Dynamic Relationship between Exchange Rate and Stock Price: Evidence from China [J]. *Research in International Business and Finance* 2010( 2 ) : 103-112.
- [6] Dennis B , Thorsten L , Christian C , P Wolff. An Evaluation Framework for Alternative VaR-models [J]. *Journal of International Money and Finance* , 2005 ( 24 ) : 944-958.
- [7] Mike K P So , Philip L , H Yu. Empirical Analysis of GARCH Models in Value at Risk Estimation [J]. *Journal of International Financial Markets , Institutions and Money* 2006( 16 ) : 180-197.
- [8] 魏金明 , 陈敏. VaR 模型在人民币汇率风险度量中的应用 [J]. *上海商学院学报* 2009( 2 ) : 90-93.
- [9] Gao X Y. Consideration on the Exchange Rate Risk Management of Commercial Banks [J]. *Financial Research* 2009( 12 ) : 48-52.
- [10] Wang Bao-qin , Cao Ting-ting , Wang Shu. The Researches on Exchange Rate Risk of Chinese Commercial Banks Based on Copula-Garch Model [J]. *Modern Economy* 2014( 5 ) : 541-551.
- [11] Kantelhardt J W , Zschiegner S A. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 2002( 316 ) : 87-114.

( 责任编辑: 黄明晴 )

## Fractal Analysis and Market Risk Measurement for the Fudan RMB Exchange Rate Indices

Kang Fenghua , Wang Hongyong

( School of Applied Mathematics , Nanjing University of Finance and Economics , Nanjing 210023 , China )

**Abstract:** For a long time , the related problems of RMB exchange rate have always been the hot spot of the economic and financial fields. The Fudan RMB exchange rate indices announced in recent years have reflected synthetically the affection of RMB exchange rate to the competitiveness of China foreign trade , which has been paid expansive attention in economics field. This paper first uses MF-DFA method to analyze volatility characteristics of the time series of Fudan RMB exchange rate indices , and also applies VaR model to measure their risk. The empirical results show that the returns of the Fudan RMB exchange rate indices possess multifractal characteristics and the multifractal strength of real effective exchange rate great slightly than that of nominal exchange rate. The VaR model is suitable to measure their risk , and it is found that the VaR values are different under the different confidence levels. The higher the confidence level , the greater the risk of the measuring market.

**Key words:** Fudan RMB exchange rate indices; fractal analysis; VaR model; risk measurement